Examen Mécanique - 1ère année 2004

1 Exercice

On appelle pendule simple un système constitué d'un objet dense, de masse m, suspendu à un fil inextensible, de longueur l et de masse négligeable devant m, accroché à une extrémité fixe : la taille de l'objet est négligeable devant l.

On se propose dans cet exercice d'étudier différents aspects de ce modèle physique.

1.1 Aperçu historique

Extrait de "Discours et démonstrations" de Galilée (1564-1642).

Il s'agit d'une discussion entre Salviati (Galilée) et Sagrédo (l'un de ses élèves).

Salviati : ***Pour obtenir un premier pendule dont la durée d'oscillation soit le double de celui d'un second pendule, il convient de donner au premier une longueur quadruple de celle du second.***

Sagrédo : ***Si j'ai bien compris, je pourrais donc aisément connaître la longueur d'une corde, quand bien même son point de suspension serait invisible et que l'on apercevrait seulement son extrémité inférieure. Si en effet j'attache en cette partie de la corde, une "masse" fort lourde, à laquelle je communique un mouvement de va et vient, et si un ami compte le nombre de ses oscillations pendant que moi-même je compte les oscillations effectuées par un autre pendule suspendu à un fil mesurant exactement une coudée, alors grâce au nombre des oscillations de ces deux pendules pendant une même durée, je trouverai la longueur de la corde ; supposons par exemple que mon ami ait compté vingt oscillations de la grande corde, dans la même durée où j'en comptais deux cent quarante pour mon fil long d'une coudée.***

1. **L'affirmation de Salviati**

On considère qu'une oscillation correspond à un mouvement d'aller et de retour du pendule.

1.1.a. Quelle grandeur physique est désignée par l'expression "la durée d'une oscillation" ?

1.1.b. Montrer qu'une seule des propositions suivantes satisfait à l'affirmation de Salviati :

Proposition n°	1	2	3
La durée d'oscillation est proportionnelle à	$\frac{1}{l}$	$\sqrt{l}$	l^2

2. **La réponse de Sagrédo**

On note respectivement l_1 et T_1 la longueur et la durée d'une oscillation du pendule de Sagrédo, l_2 et T_2 la longueur et la durée d'une oscillation du pendule de l'ami de Sagrédo.

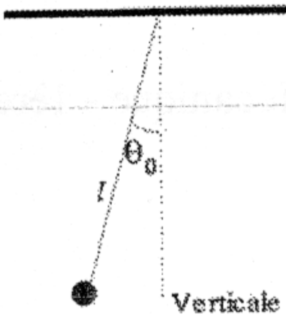
On admet qu'une coudée équivaut à $50cm$: $l_1 = 50cm$.

1.2.a. En utilisant la réponse de Sagrédo, déterminer la valeur numérique du rapport $\frac{T_2}{T_1}$.

1.2.b. Calculer la longueur l_2 à partir des réponses aux questions 1.1.b et 1.2.a

1.2 Etude expérimentale

On se propose maintenant d'étudier expérimentalement l'influence de différents paramètres sur la durée d'une oscillation d'un pendule simple. Pour cela, on utilise un fil inextensible de longueur l et de masse considérée comme nulle. Les objets denses de masse m, suspendus au fil, sont suffisamment petits pour que leur taille soit négligeable devant l. Le pendule ainsi constitué est écarté de sa position d'équilibre d'un angle Θ_0 petit (inférieur à 10°) puis lâché sans vitesse initiale. On obtient alors des oscillations libres amorties dont la durée d'une oscillation ou pseudo-période est notée T. On mesure à l'aide d'un chronomètre la durée Δt nécessaire au pendule pour réaliser 20 oscillations.



2.1 - Influence de la masse

On réalise une série de mesures de Δt avec un fil de longueur $l = 24,4cm$ et différents objets de masse m. On obtient les mesures suivantes :

$m(eng)$	60	125	160	200
$\Delta t(ens)$	19,9	19,8	19,9	19,9

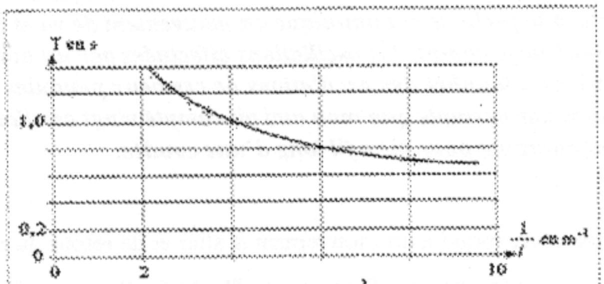
Que peut-on en déduire quant à l'influence de la masse sur le pseudo-période du pendule ?

2.2 - Influence de la longueur

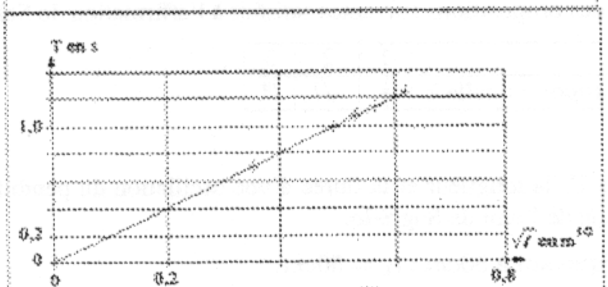
On suspend maintenant un objet de masse $m = 125g$ et on fait varier la longueur du fil. On obtient les mesures suivantes :

$L(encm)$	12,3	24,4	28,6	32,4	38,5
$\Delta t(ens)$	14,1	19,8	21,4	22,8	24,9

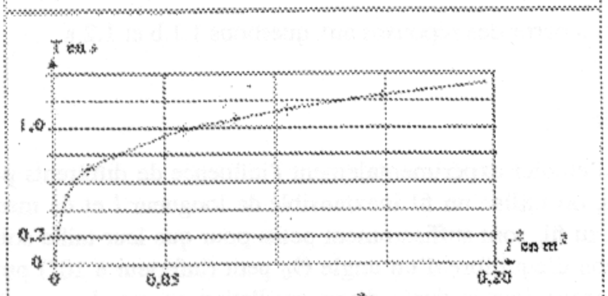
On trace alors trois graphiques :



Graphique 1 : $T = f(\frac{1}{l})$



Graphique 2 : $T = f(\sqrt{l})$



Graphique 3 : $T = f(l^2)$

2.2.a. Quel est le graphique le plus simple à exploiter ?

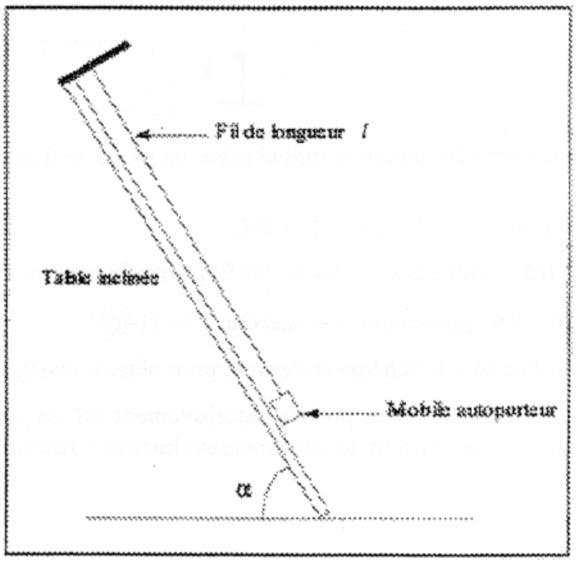
2.2.b. La relation littérale entre T et l peut alors s'écrire $T = k.l^a$. Donner les valeurs de a et k.

2.3 - Influence de la valeur du champ de pesanteur.

On ne peut pas modifier la valeur g du champ de pesanteur. Toutefois, grâce au dispositif représenté ci-contre, tout se passe comme si le pendule était vertical et placé dans un champ de pesanteur de valeur g' tel que :

$g' = gsin\alpha$ avec $g = 9,8m.s^{-2}$

Description de dispositif : sur une table inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale, un petit mobile autoporteur de masse $m = 125g$ est suspendu à un point fixe, par un fil de longueur $l = 24,4cm$.



Pour différentes valeurs de α (on modifie alors la valeur g'), on mesure la durée Δt de 20 oscillations de faible amplitude. On obtient les mesures suivantes :

α (en °)	90	70	50	30	20	10
$\Delta t(ens)$	19,9	20,6	22,6	28,2	33,9	46,5
$(\frac{l}{\sqrt{g'}})$ (en $m^{-\frac{1}{2}}.s$)	0,32	0,33	0,36	0,45	0,55	0,77

2.3.a. Tracer, sur papier millimétré, la courbe représentative des variations de T en fonction de $(\frac{l}{\sqrt{g'}})$ (Échelles : en abscisses $1cm$ pour $0,05m^{-\frac{1}{2}}.s$ et en ordonnées $1cm$ pour $0,2s$)

2.3.b. Donner, sous forme littérale, l'équation de cette courbe.

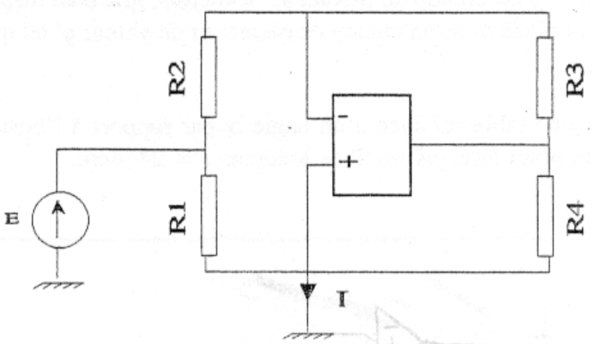
1.3 Conclusion

3.1. La pseudo-période peut se mettre sous la forme : $T = C\sqrt{\frac{1}{g}}$ où C est une constante. Montrer que C est une grandeur sans dimension.

3.2. Déterminer la valeur de C à partir de la valeur de k obtenue au 2.2.b.

2 Exercice

Pour mesurer un couple de torsion sur un arbre de machine électrique nous utilisons une jauge de contrainte. Le conditionneur de signal est constitué par le pont de Weatstone suivant :



L'amplificateur opérationnel sera considéré parfait et utilisé selon un mode de fonctionnement linéaire.

1. Exprimer le courant I en fonction de E, $R1$, $R2$, $R3$ et $R4$.

2. $R1 = R0$; $R2 = R0$; $R3 = R0 + \Delta R$ (jauge) ; $R4 = R0$ Exprimer le courant I en fonction de E et de $\frac{\Delta R}{R0}$.

3. Ce montage est-il linéaire ? Justifier rapidement. (on cherche $I = f(\frac{\Delta R}{R0})$)

4. Proposer un schéma (une modification du schéma ci-dessus) pour obtenir un signal de sortie homogène à une tension.

5. La résistance R1 n'a pas exactement la valeur prévue théoriquement R0, sa valeur réelle est $R0 + \delta R$. Exprimer I en fonction de E, $\frac{\Delta R}{R0}$ et δR. Le montage possède-t-il un fonctionnement linéaire ? Justifier rapidement.